

# Entscheidungsprozeduren für Verifikation

## AUFGABE 4

### Übung 1

Betrachten Sie die folgende Prozedur BASIC:

```
procedure basic(phi, alpha) {
  if ([phi | alpha] is empty) return SAT ;
  if ([phi | alpha] contains an empty clause) return UNSAT
  Pick a letter p in [phi | alpha]
  if (basic(phi, alpha p) = SAT)
    return SAT
  else
    return basic(phi, alpha ~p)
}
```

- Beweisen Sie dass BASIC immer beendet.
- Beweisen Sie dass  $\Phi \mid \alpha$  erfüllbar ist gdw BASIC( $\varphi, \alpha$ ) SAT ausgibt.
- Zeigen Sie wie man BASIC benutzen kann, um zu entscheiden, ob eine KNF erfüllbar ist.

### Übung 2

Beendet die folgende Prozedur immer? Warum?

```
procedure basic2(phi, alpha) {
  if ([phi | alpha] is empty) return SAT ;
  if ([phi | alpha] contains an empty clause) return UNSAT
  Pick a letter p in phi
  if (basic2(phi, alpha p) = SAT)
    return SAT
  else
    return basic2(phi, alpha ~p)
}
```

### Übung 3

Betrachten Sie die Resolutionsregel

$$\frac{C \vee p \quad D \vee \neg p}{C \vee D}$$

Eine *Resolutionsableitung* von eine KNF  $\Phi$  ist eine Reihe  $C_1, \dots, C_n$  von Klauseln, sodass für alle  $i = 1, \dots, n$ , entweder  $C_i \in \Phi$  oder  $C_i$  aus  $C_j, C_k$ , mit  $j, k < i$ , durch die Resolutionsregel erhalten worden ist.

Ein *Resolutionsbeweis* von eine KNF ist eine Resolutionsableitung, die mit einer leerklauseel beendet.

In diese Übung werden Sie prüfen, dass Resolution korrekt und vollständig ist.

- (a) Sei  $C_1, \dots, C_n$  eine Resolutionsableitung von  $\Phi$ . Vermuten Sie dass  $\Phi$  erfüllbar ist. Durch Induktion auf  $k$  beweisen Sie dass, für alle  $k \leq n$ ,  $C_1 \wedge \dots \wedge C_k$  erfüllbar ist.
- (b) Beweisen Sie dass Resolution korrekt ist, nämlich dass ob es eine Resolutionsbeweis von  $\Phi$  gibt, dann  $\Phi$  unerfüllbar ist.
- (c) Beweisen Sie dass Resolutin vollständig ist, nämlich dass ob  $\Phi$  unerfüllbar ist, dann es eine Resolutionsbeweis von  $\Phi$  gibt. Sie sollen die Ergebnisse von Übung 1 und *was in Klasse gesagt wurde* benutzen.
- (d) Terminiert das Resolutionskalkül, das in dieser Übung beschrieben wird? Warum?