Entscheidungsprozeduren für Verifikation

Aufgabe 5

Übung 1

Betrachten Sie das Kalkül, das die folgende Regeln beinhaltet:

$$\frac{}{t \approx t} \qquad \frac{s \approx t}{t \approx s} \qquad \frac{\begin{array}{c} s \approx t \\ t \approx u \end{array}}{s \approx u}$$

$$\frac{\begin{array}{c} s_1 \approx t_1 \\ \vdots \\ s_n \approx t_n \end{array}}{f(s_1, \ldots, s_n) \approx f(t_1, \ldots, t_n)} \qquad \frac{\begin{array}{c} s_1 \approx t_1 \\ \vdots \\ s_n \approx t_n \\ p(s_1, \ldots, s_n) \end{array}}{p(t_1, \ldots, t_n)}$$

Sei Γ eine Konjunktion von Literalen. Eine *Ableitung* von Γ ist eine Reihe $\ell_1, \ldots, \ell_n$ von Literalen, sodass für alle $i = 1, \ldots, n$, entweder $\ell_i \in \Gamma$ oder ℓ_i aus vorige Literalen durch inrgendeine Regel erhalten worden ist.
Ein *Beweis* von Γ ist eine Ableitung von Γ, die zwei widersprechende Literalen $\ell, \neg\ell$ enthält.

(a) Nachweisen Sie dass das Kalkül korrekt ist, nämlich dass ob Γ eine Konjunction von Literalen ist und $\mathcal{P}$ ein Beweis von Γ ist, dann Γ unerfüllbar ist.
(b) Nachweisen Sie dass das Kalkül vollständig ist, nämlich dass ob Γ eine unerfüllbare Konjunktion von Literalen ist, dann es ein Beweis $\mathcal{P}$ von Γ gibt.
(c) Nachweisen Sie dass das Kalkül nicht immer terminiert.
(d) Finden Sie geeignete Beschränkungen auf die Regeln, sodass das Kalkül sowohl vollständing als auch terminierend wird.