

Entscheidungsprozeduren für Verifikation

AUFGABE 8

Die folgende Literalen werden *einfach* genannt:

$$x \approx y, \quad x \not\approx y.$$

Wenn R eine binäre Relation ist, dann $R^{-1} = \{(x, y) \mid (y, x) \in R\}$.

Wenn R eine binäre Relation ist, bezeichnet R^* ihren reflexiv-transitiven Abschluss.

Also wenn R eine binäre Relation ist, dann ist $(R \cup R^{-1})^*$ ihr reflexiv-symmetrisch-transitiv Abschluss.

Übung 1

Sei Γ eine Konjunktion von einfache Literalen, und sei

$$R = \{(x, y) \mid \text{das Literal } x \approx y \text{ ist in } \Gamma\}.$$

Zeigen Sie dass ob Γ erfüllbar ist, dann es eine Interpretation \mathcal{A} gibt, so dass $\mathcal{A} \models \Gamma$ und

$$(x, y) \notin (R \cup R^{-1})^* \implies x^{\mathcal{A}} \neq y^{\mathcal{A}}, \quad \text{für alle Variablen } x, y \in \text{vars}(\Gamma).$$

(Das heißt, die starken Zusammenhangskomponenten von $R^{\mathcal{A}}$ paarweise disjunkt sind.)

Übung 2

Zeigen Sie dass das Ergebnis von Übung 1 auch gilt, wenn Γ eine Formel ohne Quantoren ist, und

$$R = \{(x, y) \mid \text{das Literal } x \approx y \text{ findet positiv in } \Gamma \text{ statt}\}.$$