Rekurrenzsätze

- **Polynomieller Rekurrenzsatz:** Seien r, g Funktionen $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_+$ und n_0, k, s natürliche Zahlen mit $s \geq 1$. Dann gilt:

$$\left.\begin{array}{r} r\ \ n = r(n-s) + g\ \ n \text{ für alle } n \geq n_0 \\ O(g) = O(n^k) \end{array}\right\} \Rightarrow O(r) = O(n^{k+1})$$

- **Exponentieller Rekurrenzsatz:** Seien r, g Funktionen $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_+$ und b, n_0, k natürliche Zahlen mit $b \geq 2$. Dann gilt:

$$\left.\begin{array}{r} r\ \ n = b \cdot r(n-1) + g\ \ n \text{ für alle } n \geq n_0 \\ O(g) \subseteq O(n^k) \end{array}\right\} \Rightarrow O(r) = O(b^n)$$

Rekurrenzsätze

- **Logarithmischer Rekurrenzsatz:** Seien r, g Funktionen $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_+$ und b, n_0 natürliche Zahlen. Sei r monoton wachsend und $b \geq 2$. Dann gilt:

$$\left.\begin{array}{r} r(b{\cdot}n) = r \;\; n + g \;\; n \text{ für alle } n \geq n_0 \\ O(g) = O(1) \end{array}\right\} \Rightarrow O(r) = O(\log n)$$

- **Linear-logarithmischer Rekurrenzsatz:** Seien r, g Funktionen $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_+$ und b, n_0 natürliche Zahlen. Sei r monoton wachsend und $b \geq 2$. Dann gilt:

$$\left.\begin{array}{r} r(b \cdot n) = b{\cdot}r \;\; n + g \;\; n \text{ für alle } n \geq n_0 \\ O(g) = O(n) \end{array}\right\} \Rightarrow O(r) = O(n{\cdot}\log n)$$

Abstrakte Syntax von F

$$
\begin{array}{l}
z \in \mathbb{Z} \\
c \in \mathit{Con} = \mathit{false} \mid \mathit{true} \mid z \\
x \in \mathit{Id} = \mathbb{N} \\
t \in \mathit{Ty} = \mathit{bool} \mid \mathit{int} \mid t \to t \\
\\
o \in \mathit{Opr} = + \mid - \mid * \mid \leq \\
\\
e \in \mathit{Expr} = \\
\qquad\qquad c \\
\qquad\quad \mid x \\
\qquad\quad \mid e\ o\ e \\
\qquad\quad \mid \mathit{if}\ \ e\ \mathit{then}\ e\ \mathit{else}\ e \\
\qquad\quad \mid \mathit{fn}\ x\ :\ t\ \Rightarrow e \\
\qquad\quad \mid e\ e
\end{array}
$$

```
datatype con = False | True
     | IC of int
type id = string
datatype ty = Bool | Int
     | Arrow of ty * ty
datatype opr = Add | Sub
     | Mul | Leq
datatype exp =
           Con of con
         | Id of id
         | Opr of opr * exp * exp
         | If of exp * exp * exp
         | Abs of id * ty * exp
         | App of exp * exp
```